Calcul de la masse apparente de l'univers

Claude Mercier ing. , 5 juin, 2012 claude.mercier@gctda.com
Rév. 17 oct., 2015

Einstein a montré qu'une masse imposante pouvait courber l'espace-temps et changer l'indice de réfraction du vide entourant cette masse[1]*. Ce principe est d'ailleurs à la base des lentilles gravitationnelles* [5,7].

La plus grande masse qui soit est l'univers lui-même. Einstein a démontré que l'univers était fini [13]*. Il le pensait statique* [13]*, mais Edwin Powell Hubble a démontré, par observation de galaxies lointaines, en 1929, que l'univers est en expansion* [14].

En supposant que l'univers, à large échelle, est constitué de matière disposée de manière uniforme [13]*, nous pouvons faire l'hypothèse que la masse de l'univers influencera la vitesse de la lumière au cours du temps* [9]*. Seule une masse spécifique donnée m_u a la capacité de courber l'espace-temps de l'univers de telle sorte à influencer la vitesse de la lumière pour qu'elle ait la valeur c pour le rayon de courbure apparent actuel. Avec les seuls paramètres c (vitesse de la lumière dans le vide actuelle), G (constante de gravitation universelle) et H_0 (constante de Hubble), il est possible de calculer précisément la masse apparente de l'univers.*

Selon nos calculs, la masse apparente de l'univers serait d'environ $1{,}8\times10^{53}$ kg. [2]

MOTS CLÉS : Masse de l'univers, temps de Planck, masse de Planck, Einstein, Hubble

1. INTRODUCTION

La courbure actuelle de l'espace-temps de l'univers est une fonction de trois paramètres : c (la vitesse de la lumière dans le vide), G (la constante de gravitation universelle) et H_0 (la constante de Hubble) [9]. Ces paramètres sont imposés par la masse de l'univers et par son rayon de courbure apparent actuel. Par conséquent, quelque soit la constitution de l'univers (matière, énergie, lumière, matière sombre ou autre), il est possible de calculer ce que devrait être la masse de l'univers pour créer la courbure actuelle de l'espace-temps. C'est d'ailleurs pourquoi nous qualifions celle-ci de masse « apparente » de l'univers.

---

[1] Son premier article traitant de ce sujet date de 1911 [3]. Cependant, sur les bases de la relativité générale [4], il devait multiplier la variation d'indice de réfraction par 2 [7,8]. Sa théorie est confirmée par les lentilles gravitationnelles [5,7].

[2] De récents travaux sur la constante de Hubble H_0 et sur la constante de gravitation universelle G ont permis de réévaluer la masse apparente de l'univers à $m_u \approx 1{,}728098373 \pm 0{,}000000079\times10^{53}$ kg [18].

Nous désirons montrer qu'il est possible de calculer la masse apparente de l'univers de différentes manières et ces méthodes arrivent au même résultat. Elle sera calculée en fonction des seuls paramètres c, G et H_0.

Nous commencerons par calculer la masse apparente de l'univers par le principe de conservation de la quantité de mouvement. Nous finirons par une méthode utilisant les unités de Planck.

Les propriétés de la matière actuelle sont intimement reliées à la masse apparente de l'univers. C'est pourquoi il est utile de connaître celle-ci.

2. DÉVELOPPEMENT

2.1. Calcul de la masse apparente de l'univers par le principe de conservation de la quantité de mouvement

Calculons la masse apparente de l'univers à partir du principe de conservation quantité de mouvement appliqué à la masse apparente de l'univers, au rayon de courbure apparent de l'enveloppe de l'univers lumineux.

Le principe de la conservation de la quantité de mouvement dit qu'une force F appliquée durant un intervalle de temps Δt déplacera une masse m en faisant accroître sa vitesse de Δv.

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v \qquad \textbf{(1)}$$

L'âge apparent de l'univers [10] est donné par :

$$\Delta t = \frac{1}{H_0} \qquad \textbf{(2)}$$

La valeur de H_0 se situe probablement entre 70,4 [11] et 76,9 km/(s·MParsec) [6]. Dans le présent document, nous utiliserons la valeur de 70,4 km/(s·MParsec), car elle découle des plus récents résultats du projet WMAP de la NASA [11]. [3]

L'expansion de l'univers matériel et l'expansion de l'univers lumineux ont débuté à partir d'une vitesse nulle à l'horizon [9]. L'univers matériel est en expansion à un rythme plus lent que l'univers lumineux [9]. Par contre, l'expansion de l'univers lumineux se fait présentement à la vitesse actuelle de la lumière [2], c'est-à-dire c. Dans l'équation **(1)**, l'enveloppe de l'univers lumineux

[3] De récents travaux nous ont permis d'évaluer précisément la valeur de la constante de Hubble à $H_0 \approx 72{,}09548632 \pm 0{,}00000046$ km/(s·MParsec) [18].

a donc subi, au cours du temps, une variation de vitesse $\Delta v = c$.

Supposons maintenant que nous prenons un contenant aux parois infiniment légères, résistantes et élastiques. Supposons que nous y plaçons une masse m à l'intérieur et que par un moyen quelconque, nous la faisons désintégrer en pure énergie, c'est-à-dire en photons. La masse totale associée à l'énergie de la lumière située à l'intérieur du contenant sera encore égale à m. Nous sommes donc forcés d'associer aux photons une masse, même si elle semble infiniment petite. Nous ferons alors référence à cette masse en parlant de la masse-énergie.

Notons ici que la masse-énergie de l'univers lumineux est en expansion à la vitesse de la lumière ($c \approx 299792458$ m/s). C'est une masse associée à l'énergie lumineuse par l'équation d'Einstein [15] :

$$E = m_0 \cdot c^2 \tag{3}$$

Puisque cette masse-énergie va déjà à la vitesse de la lumière, il ne faut pas essayer de lui appliquer le facteur de Lorentz, sinon, nous arriverions à des incongruités.

L'univers matériel est situé à l'intérieur de la sphère de l'univers lumineux. La matière se déplace à environ $\beta \approx 0{,}76 \cdot c$. Selon la NASA, la masse de la matière qui constitue notre univers ne représente qu'environ 4,49 % de la masse totale m_u de celui-ci [11]. Elle n'a donc qu'une faible incidence sur nos calculs. Il faut comprendre que même si 1 m^3 de vide représente une très petite masse, il y a une quantité énorme de vide dans l'univers. C'est comme multiplier un nombre infiniment petit par un nombre infiniment grand. Le résultat n'est pas nécessairement nul.

Considérant que la masse apparente de l'univers actuel est m_u (incluant toute forme de masse ou d'énergie), nous obtenons la quantité de mouvement suivante :

$$F \cdot \Delta t = m_u \cdot c \tag{4}$$

Sachant que les vitesses impliquées dans ce processus sont très grandes, nous utilisons ici la masse relativiste de l'univers. Dans l'équation **(4)**, nous faisons l'hypothèse que l'univers est principalement constitué d'une masse-énergie capable de se déplacer à des vitesses proches de la lumière. C'est particulièrement vrai pour l'univers lumineux qui est constituée de lumière.

La loi de Newton prédit la force d'attraction gravitationnelle F exercée entre une masse m_1 et une masse m_2 séparée d'une distance r. G représente la constante de

gravitation universelle et est égale à $G \approx 6{,}67284\times10^{-11}$ $m^3/(kg\cdot s^2)$ selon le CODATA 2010 [19].

$$F = \frac{G \cdot m_1 \cdot m_2}{r^2} \tag{5}$$

En fait, seuls les centres des masses sont utilisés pour connaître les distances qui séparent les masses. Si nous appliquons ce principe à l'univers dans son ensemble, nous pouvons calculer la force qu'exerce la masse de l'univers m_u sur elle-même pour que l'univers se contracte. Cette force sera égale à la force d'expansion de l'univers. R_u représente le rayon de courbure apparent de l'univers lumineux et m_u représente la masse apparente de l'univers.

$$F = \frac{G \cdot m_u^2}{R_u^2} \tag{6}$$

L'univers lumineux est en expansion à la vitesse de la lumière [2]. Par conséquent, le rayon de courbure apparent de l'univers entier, c'est-à-dire l'univers lumineux, est donc :

$$R_u = c \cdot \Delta t = \frac{c}{H_0} \tag{7}$$

Bien sûr, à notre position actuelle, c'est-à-dire dans l'univers matériel, les masses (telles que les étoiles, les planètes, les galaxies, etc.) ne peuvent pas se déplacer à la vitesse de la lumière. L'univers matériel est donc en expansion à l'intérieur de l'univers lumineux. Supposons que le rayon de courbure apparent de l'univers matériel à notre emplacement est r_u. L'univers matériel est en expansion à une vitesse égale à $\beta\cdot c$ [3]. Par conséquent :

$$r_u = \frac{\beta \cdot c}{H_0} \text{ et } R_u = \frac{r_u}{\beta} \tag{8}$$

En utilisant les équations **(2)**, **(4)**, et **(6)**, en simplifiant et en réarrangeant les termes, nous obtenons :

$$m_u = \frac{c \cdot R_u^2 \cdot H_0}{G} = \frac{c \cdot r_u^2 \cdot H_0}{G \cdot \beta^2} \tag{9}$$

En utilisant l'équation **(8)**, l'équation **(9)** devient :

$$m_u = \frac{c^3}{G \cdot H_0} \approx 1{,}8\times10^{53}\,\text{kg} \tag{10}$$

Ce résultat est similaire à la relation de proportionnalité trouvée par M. Carvalho [1] :

$$m_u \propto \frac{c^3}{G \cdot H_0} \tag{11}$$

En omettant le fait qu'une constante de proportionnalité est manquante, notre équation est similaire à celle de M. Carvalho.

2.2. Calcul de la masse apparente de l'univers à partir des unités de Planck

Calculons la masse apparente de l'univers à partir du concept des unités de Planck. Les unités de Planck découlent principalement de la définition du temps de Planck qui découle du principe d'incertitude d' Heisenberg [12].

Nous commencerons par associer une masse au photon qui a comme longueur d'onde, le rayon de l'univers. Ensuite, nous montrerons que le temps de Planck n'est pas une unité arbitraire de temps, mais bien la plus petite unité de temps qui existe. De là, nous trouverons la longueur de Planck et la masse de Planck. À l'aide des unités de Planck, nous trouverons une relation de proportionnalité qui permettra de trouver la masse de l'univers.

2.2.1. Hypothèses de base sur la matière

Nous concevons que le vide (absence de molécules et d'atomes) n'est pas le néant (absence totale de tout). Le terme « vide » fait malheureusement référence à une notion d'absence de matière. De notre point de vue, le vide n'est pas une absence totale de matière. D'ailleurs, il est pensable que la matière telle que nous la concevons présentement (avec des atomes et des molécules) ne représente pas toutes les formes de matière existantes. Bien que les astrophysiciens soient convaincus de l'existence de matière noire, ils n'ont malheureusement jamais réussi à mettre la main sur ce qu'elle représente vraiment.

Selon notre conception du vide, celui-ci serait en fait un bain de photons de différentes longueurs d'onde. Ces photons exerceraient une pression de radiation sur la matière. Pour cette raison, le mot « éther », qui est l'ancienne appellation du vide, nous semble plus approprié. Bien sûr, la masse volumique de l'éther serait extrêmement faible, mais dans un volume suffisamment grand, la masse de cet éther devient non négligeable. La matière telle que nous la connaissons ne

représente, selon la NASA, qu'environ 4,49 % de la masse totale de l'univers (le restant étant de la matière noire à 22,2 % et de l'énergie noire à 73,4 %) [11].

Bien que le but de notre étude ne soit pas d'élaborer un concept final de ce qu'est la matière, nous émettons l'hypothèse que toute la matière ainsi que l'éther (le vide) sont faits de photons. Dans la matière, les photons s'allieraient à d'autres photons pour former des particules (électrons, protons, neutrons, etc.).

Le photon est la plus petite quantité de matière connue. Il est tellement petit que nous avons longtemps cru que sa masse était nulle.

En 1900, Planck démontre que l'énergie d'un photon est donné par :

$$E = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} \tag{12}$$

En 1905, Einstein établit que l'énergie d'un corps au repos est donnée par l'équation suivante [15] :

$$E = m_0 \cdot c^2 \tag{13}$$

En 1924, De Broglie voulu mettre en évidence la dualité onde et particule [16,17] en faisant égaler les équations **(12)** et **(13)**. La nouvelle équation qui en résulte associe une masse à un photon. Ici, nous remplacerons m_0 par m_{ph} pour désigner la masse associée au photon.

$$m_{ph} \cdot c^2 = h \cdot f \tag{14}$$

Pour une particule de rayon r tournant à la vitesse de la lumière c, la fréquence f est donnée par :

$$f = \frac{c}{2 \cdot \pi \cdot r} \tag{15}$$

Bien sûr, en isolant m_0, nous obtenons ainsi la masse associée à un photon au repos par rapport à nous, c'est à dire par rapport à la matière en expansion dans l'univers :

$$m_{ph} = \frac{h \cdot f}{c^2} \tag{16}$$

Si la longueur d'onde de ce photon était précisément égale au rayon apparent de l'univers lumineux (voir équation **(7)**), nous obtiendrions:

$$f = \frac{c}{2 \cdot \pi \cdot R_u} = \frac{H_0}{2 \cdot \pi} \tag{17}$$

En utilisant l'équation **(17)**, l'équation **(16)** peut être réécrite comme suit :

$$m_{ph} = \frac{h \cdot H_0}{2 \cdot \pi \cdot c^2} \approx 2{,}7 \times 10^{-69}\,\text{kg} \qquad \textbf{(18)}$$

Constatons que la masse associée à ce photon est extrêmement petite. Elle est indétectable. C'est bien la raison du pourquoi elle n'a jamais été mesurée.

2.2.2. Le temps de Planck

Le temps de Planck est une unité de temps dite « naturelle », car elle dépend uniquement de constantes connues tel que la constante de gravitation universelle G, la constante de Planck h et la vitesse de la lumière c. Le temps de Planck n'est cependant pas uniquement une unité de mesure du temps. Contrairement aux unités de temps conventionnelles (ex : secondes), le temps de Planck n'est pas choisi arbitrairement. Il a une signification physique intrinsèque.

Dans ce document, nous voulons montrer d'où provient cette unité et surtout, ce qu'elle signifie réellement. Pour ce faire, nous commencerons par démonter la provenance de l'équation du temps de Planck pour calculer la masse de l'univers.

Heisenberg énonça pour la première fois, en 1927, le principe d'incertitude qui est maintenant un des fondements de la mécanique quantique [12]. Ce principe dit qu'il n'est pas possible de connaître précisément la vitesse et la position d'un objet simultanément.

Dans un deuxième énoncé, Heisenberg nous apprend que l'incertitude sur la mesure de l'énergie d'un corps est inversement proportionnelle à la durée de la mesure. Une autre manière de formuler cet énoncé est de dire que le produit de l'énergie ΔE par le temps Δt doit être :

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \qquad \textbf{(19)}$$

Ici, la constante de Planck $\hbar = h / 2 \cdot \pi$ et $h = 6{,}626\ 075\ 5 \times 10^{-34}$ *Joule·s*.

Pour de la matière au repos, l'énergie est :

$$\Delta E = m_0 \cdot c^2 \qquad \textbf{(20)}$$

En considérant seulement le cas où Δt est la plus petite quantité de temps possible, nous rebaptisons Δt par t_p et nous gardons seulement l'égalité dans **(19)** . En isolant ensuite t_p, nous obtenons :

$$t_p = \frac{\hbar}{2 \cdot m_0 \cdot c^2} \qquad \textbf{(21)}$$

Supposons maintenant que nous prenons un photon au repos de masse m_0, qui est à une position infinie, et supposons que nous confinons ce photon dans une sphère de rayon r. La variation d'énergie potentielle ΔE_p dépensée serait alors :

$$\Delta E_p = -G \cdot m_0{}^2 \cdot \left(\frac{1}{r_\infty} - \frac{1}{r} \right) \Bigg|_{r_\infty = \infty} = \frac{G \cdot m_0{}^2}{r} \tag{22}$$

En choisissant r de telle sorte que la variation d'énergie potentielle ΔE_p corresponde à la moitié de ΔE, nous obtenons le cas particulier suivant :

$$\frac{m_0 \cdot c^2}{2} = \frac{G \cdot m_0{}^2}{r} \tag{23}$$

Si nous isolons r, nous obtenons exactement ce que nous appelons le rayon de Schwarzschild :

$$r = \frac{2 \cdot G \cdot m_0}{c^2} \tag{24}$$

Ce rayon est celui d'un trou noir [5]. Pour ce rayon, la vitesse de la lumière devient nulle. En isolant m_0, nous obtenons :

$$m_0 \cdot = \frac{r \cdot c^2}{2 \cdot G} \tag{25}$$

En utilisant **(25)** dans **(21)**, nous obtenons :

$$t_p = \frac{\hbar \cdot G}{r \cdot c^4} \tag{26}$$

Mais r peut être obtenu par la relation :

$$r = c \cdot t_p \tag{27}$$

L'équation **(26)** devient donc :

$$t_p = \sqrt{\frac{\hbar \cdot G}{c^5}} = \sqrt{\frac{h \cdot G}{2 \cdot \pi \cdot c^5}} \approx 5{,}4 \times 10^{-44} \text{seconde} \tag{28}$$

Cette équation permet ainsi de calculer la plus petite unité de temps mesurable [5]. Elle est connue sous le nom de « temps de Planck ».

Dans ses travaux sur la relativité, Einstein a postulé que rien ne peut aller plus vite que la lumière [4,15]. Par conséquent, la longueur de Planck [5] pourrait être définie comme étant la plus grande distance parcourue durant la plus petite unité de temps. Le temps de Planck t_p doit être défini comme suit :

$$L_p = c \cdot t_p = \sqrt{\frac{h \cdot G}{2 \cdot \pi \cdot c^3}} \approx 1{,}6 \times 10^{-35} \text{mètre} \tag{29}$$

Associons une masse m_p à une particule de rayon L_p qui tournerait sur elle-même

à la vitesse de la lumière. Remarquons que plus la longueur d'onde d'une particule est petite, plus elle est énergique. Comme la particule qui nous intéresse présentement possède la plus petite longueur d'onde qui soit, elle devient la particule qui possède le niveau d'énergie le plus haut qui soit. En utilisant des équations similaires à **(14)** et **(15)**, nous obtenons :

$$m_p \cdot c^2 = \frac{h \cdot c}{2 \cdot \pi \cdot L_p} \tag{30}$$

En utilisant l'équation **(29)** et en isolant m_p de l'équation **(30)**, nous obtenons l'équation définissant la masse de Planck [5] :

$$m_p = \sqrt{\frac{h \cdot c}{2 \cdot \pi \cdot G}} \approx 2{,}2 \times 10^{-8}\,\text{kg} \tag{31}$$

Les unités de Planck sont couramment utilisées en physique. Elles représentent toutes des limites physiques bien définies. Ce ne sont donc pas des unités prises au hasard.

2.2.3. Proportions de l'univers identiques à celles de la particule de Planck

Nous montrerons ici qu'à partir du temps de Planck, nous sommes capables de montrer que le rapport masse/rayon de l'univers est la même que pour la masse/longueur de Planck. En mettant ce jeu de proportionnalité en évidence, il deviendra facile de calculer la masse de l'univers.

En prenant l'équation **(28)** et en faisant quelques manipulations, nous obtenons :

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot \mathrm{c}^5}{h \cdot G} = \frac{1}{t_p^2} \tag{32}$$

En faisant apparaître la constante de Hubble H_0 de chaque côté de l'équation et en réarrangeant un peu celle-ci pour mettre en évidence certains termes, nous obtenons :

$$\frac{\left(\dfrac{c^3}{G \cdot H_0}\right)}{\left(\dfrac{c}{H_0}\right)} = \frac{h}{2 \cdot \pi \cdot c^3 \cdot t_p^2} \tag{33}$$

En se basant sur la définition du temps de Planck de l'équation **(28)**, nous obtenons :

$$\frac{\left(\frac{c^3}{G \cdot H_0}\right)}{\left(\frac{c}{H_0}\right)} = \frac{\sqrt{\frac{h \cdot c}{2 \cdot \pi \cdot G}}}{\sqrt{\frac{h \cdot G}{2 \cdot \pi \cdot c^3}}} = \frac{c^2}{G} \qquad \textbf{(34)}$$

Cette équation peut être réécrite comme suit :

$$\frac{m_u}{R_u} = \frac{m_p}{L_p} = \frac{c^2}{G} \qquad \textbf{(35)}$$

Dans cette dernière équation, m_u est la masse apparente de l'univers, R_u est le rayon apparent de l'univers lumineux, m_p est la masse de Planck et L_p est la longueur de Planck.

Selon cette équation, les proportions masse/rayon de l'univers sont les mêmes que pour la particule de Planck.

En plus du rapport de proportionnalité montré en **(35)**, mentionnons que les égalités suivantes sont aussi vérifiables et utilisables :

$$\frac{m_u}{R_u} = \frac{m_p}{L_p} = \frac{m_p^2}{m_e \cdot r_{ce}} = \frac{m_p^2 \cdot \alpha}{m_e \cdot r_e} = \frac{m_p^2}{m_{pr} \cdot r_{cpr}} = \frac{m_p^2}{m_{ph} \cdot \lambda} = \frac{m_p^2}{m_x \cdot \lambda_x} = \frac{m_p^2 \cdot \alpha}{e^2 \cdot 10^{-7}} = \frac{c^2}{G} \qquad \textbf{(36)}$$

Dans cette dernière équation, m_e représente la masse de l'électron, r_{ce} le rayon de Compton de l'électron, r_e le rayon classique de l'électron, α la constante de structure fine, m_{pr} la masse du proton, r_{cpr} le rayon de Compton du proton, e la charge de l'électron et m_{ph} la masse provenant de l'énergie associée à un photon de longueur d'onde λ. En fait, de manière générale, pour toute particule élémentaire possédant une masse m_x inférieure à la masse de Planck (sinon, elle ne serait pas élémentaire et serait plutôt considérée comme étant un amas de particules), il est possible d'utiliser la longueur d'onde associée λ_x à cette particule pour vérifier les égalités précitées.

Bien que ces égalités soient intéressantes, les démonstrations de celles-ci seraient longues à faire et n'apporteraient rien de plus pour le présent document. Elles sont donc laissées au lecteur.

2.3. Calcul de la masse apparente de l'univers à partir de la masse de Planck

Calculons la masse apparente de l'univers m_u à partir d'un comparatif avec la masse de Planck m_p.

En utilisant les équations **(29)**, **(31)** et **(35)**, nous obtenons la masse apparente de l'univers m_u :

$$m_u = \frac{c^3}{G \cdot H_0} \approx 1{,}8 \times 10^{53}\,\text{kg} \qquad \textbf{(37)}$$

Cette équation est la même que l'équation **(10)**.

3. CONCLUSION

Dans cet ouvrage, nous nous sommes limités à calculer la masse apparente de l'univers de deux manières différentes, soit par le principe de la conservation de la quantité de mouvement et par une hypothèse de conservation de la proportionnalité entre la particule de Planck et l'univers.

Rappelons que nous avons déjà utilisé l'équation obtenue pour m_u dans un ouvrage antérieur afin de calculer l'accélération de la lumière [9]. Comme cette accélération engendre l'effet Pioneer et que notre équation permettait de bien mettre en évidence ce phénomène, nous en concluons que l'équation qui servait à calculer la masse de l'univers est correcte et vérifiée par ce phénomène.

Advenant une erreur sur le calcul de la masse de l'univers, nous n'aurions pas été en mesure de prédire une valeur de l'accélération Pioneer qui s'approche autant des observations de la NASA (moins de 2,5% d'erreur) [9].

Nous soupçonnons que la masse de l'univers et l'expansion de celui-ci sont intimement liées à la structure de la matière. Une meilleure connaissance des caractéristiques de notre univers permettra peut-être, un jour, de mieux connaître la structure de l'atome et de ses propriétés.

4. RÉFÉRENCES

[1] Carvalho, Joel C., "Derivation of the Mass of the Observable Universe", *International Journal of Theoretical Physics*, v. 34, no 12, décembre 1995, p. 2507.

[2] Macleod, Alasdair, "Evidence for a Universe Expending at the Speed of Light", *University of highlands and islands physics*, Scotland, UK, avril 2004.

[3] Einstein, Albert, "On the Influence of Gravitation on the Propagation of Light", *The Principle of Relativity (Dover Books on Physics)*, New York, Dover Publications, 1952 (article original de 1911), pp. 97-108.

[4] Einstein, Albert, "The Foundation of the General Theory of Relativity", *The Principle of Relativity (Dover Books on Physics)*, New York, Dover Publications, 1952 (article original de 1916), pp. 109-164.

[5] Matzner, Richard A., "Dictionary of Geophysics, Astrophysics, and Astronomy (Comprehensive Dictionary of Physics)", *Boca Raton: CRC*, 2001.

[6] Bonamente, Massimiliano et al, "Determination of the Cosmic Distance Scale from Sunyaev-Zel'dovich Effect and Chandra X-ray Measurements of High Redshift Galaxy Clusters", version 2, avril 2006, p. 1, arXiv:astro-ph/0512349v2, Web. http://arxiv.org/PS_cache/astro-ph/pdf/0512/0512349v2.pdf

[7] Maneghetti, Massimo, "Introduction to Gravitational Lensing, Lecture scripts", *Institut für Theoretische Astrophysik*, Bologna, Italie, 2006, p. 7, de l'équation 1.19, Web. <http://www.ita.uni-heidelberg.de/~massimo/sub/Lectures/chapter1.pdf>

[8] Binney, James and Michael Merrifield, "Galactic astronomy", *Princeton University Press*, 1998, p. 733, de l'équation A2.

[9] Mercier, Claude, "La vitesse de la lumière ne serait pas constante", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 8 octobre 2011, article disponible sur Internet à : www.pragtec.com/physique/

[10] Mercier, Claude, "Calcul de l'âge de l'univers", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 11 avril 2012, article disponible sur Internet à : www.pragtec.com/physique/

[11] Jarosik, N. et al., "Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Sky Maps, Systematic Errors, and Basic Results", *The Astrophysical Journal Supplement Series*, v. 192, no 2, février 2011, pp. 1-15.

[12] Heinsenberg, Karl Werner, "Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen", *Zeitschrift für Physik*, v. 43, 1927, p. 172.

[13] Einstein, Albert, "Cosmological Considerations on the General Theory of Relativity", *The Principle of Relativity (Dover Books on Physics)*, New York, Dover Publications, 1952 (article original de 1917), pp. 176-188.

[14] Hubble, E. et Humason, M. L., "The Velocity-Distance Relation among Extra-Galactic Nebulae", *The Astrophysical Journal*, v. 74, 1931, p.43.

[15] Einstein, Albert, "On the Electrodynamics of Moving Bodies ", *The Principle of Relativity (Dover Books on Physics)*, New York, Dover Publications, 1952 (article original de 1905), pp. 35-65.

[16] De Broglie, Louis, "The current Interpretation of Wave Mechanics, A critical Study ", (*Elsevier, Amsterdam, 1964), Curie P., Journal de Physique,* 3ième série, pp. 393-415.

[17] Hamdan, Nizar, "The Dynamical de Broglie Theory ", *Annales de la Fondation Louis de Broglie*, v. 32, no 1, 2007, pp. 11-23.

[18] Mercier, Claude, "Calcul de la constante gravitationnelle universelle G", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 13 mars 2013, article disponible sur Internet à : www.pragtec.com/physique/

[19] "Latest (2010) Values of the Constants", NIST Standard Reference Database 121, dernière mise à jour : avril 2012, article Internet à : http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html